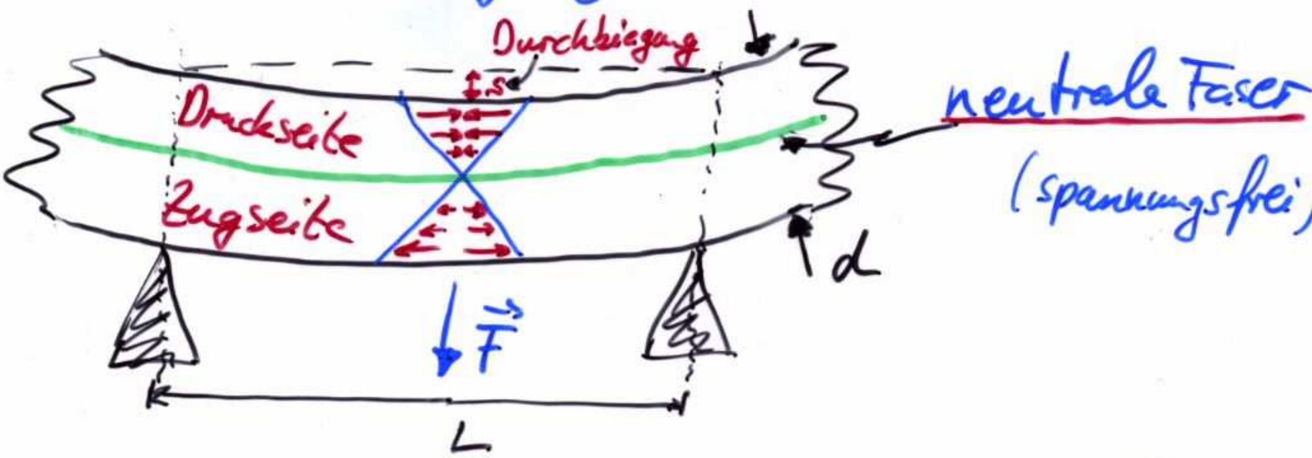
10.5 Biegung eines Balkens

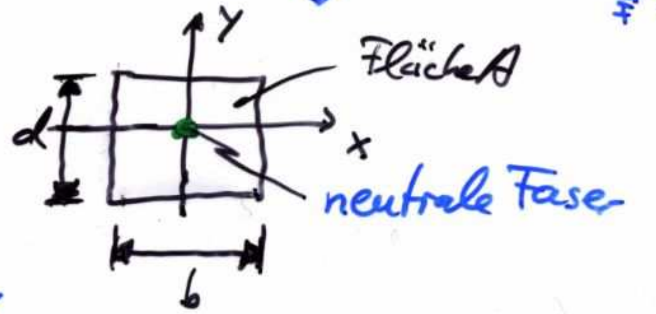


aus Differentialgeometrie folgt Ergebnis für Durchbiegung eines Balkens mit Querschnitt b·d

$$\boxed{s_{max} = \frac{1}{4E} \cdot \frac{L^3}{d^3 \cdot b} \cdot F \sim \frac{L^3}{d^3}}$$

Größe der Durchbiegung hängt ab von:

- Art der Einspannung: einseitig , zweiseitig 
- Art der Last: Punktlast , Linienlast 
- Profil des Balkens:



charakterisiert durch

Flächenträgheitsmoment: $\boxed{J_y := \int y^2 dA = \iint y^2 dx\,dy}$

z.B. rechteckiger Querschnitt: $J_y = \frac{1}{12} b d^3$

für obiges Beispiel $\rightarrow s_{max} = \frac{1}{48E} \cdot \frac{L^3}{J_y} \cdot F = \frac{1}{4E} \cdot \frac{L^3}{d^3 b} \cdot F$

11 Hydrostatik

- **deformierbarer Körper:** Atome/Moleküle i.w. ortsfest und nur geringfügig verschiebbar, starker Zusammenhalt
- **Flüssigkeit:** Atome/Moleküle frei verschiebbar, aber zusammenhängend
- **Gase:** Atome/Moleküle frei verschiebbar und ohne starken Zusammenhalt

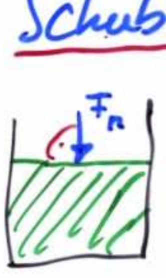
(Zusammenhalt ≙ Kräften zw. Atomen/Molekülen)

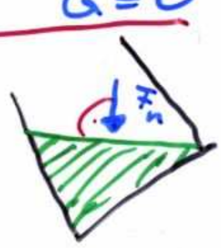
<u>Ideale Flüssigkeit</u>: keine Reibungskräfte
keine Oberflächeneffekte

→ <u>Scherkräfte</u> werden sofort <u>ausgeglichen</u>

→ <u>Schubmodul $G=0$</u> für ideale Flüssigkeit

$F_n = m \cdot g$





→ <u>Flüssigkeitsoberfläche</u> immer <u>senkrecht</u> zur einwirkenden <u>Normalkraft</u> F_n

11.1 Druck und Auftrieb

- **Druck** $\boxed{p := \frac{F}{A}}$ mit $F := |\vec{F}|$

  Einheit: $1 \frac{N}{m^2} = 1\,Pa \mathrel{\hat{=}} 10^{-5}\,bar$

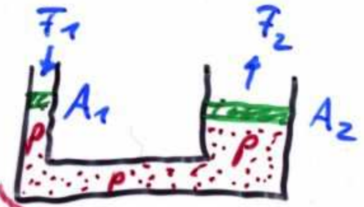
  Pascal

  - ▶ Kraft F auf Fläche A eines abgeschlossenen Flüssigkeitsvolumens
  - ▶ Kraft F von abgeschlossenem Flüssigkeitsvolumen auf Fläche A

Innerhalb der Flüssigkeit

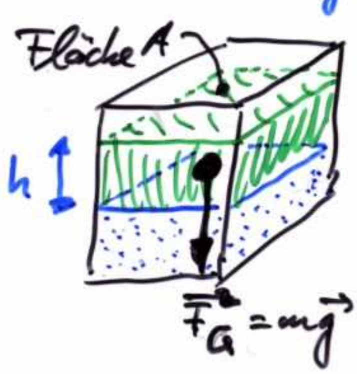
- ▶ ruhendes Volumenelement erfährt Gesamtkraft Null
  - → Druck in Flüssigkeit überall gleich (falls keine Schwerkraft)

  Anwendung: hydraulische Presse



$$\frac{F_1}{A_1} = p = \frac{F_2}{A_2} \rightarrow \boxed{F_2 = F_1 \cdot \frac{A_2}{A_1}}$$

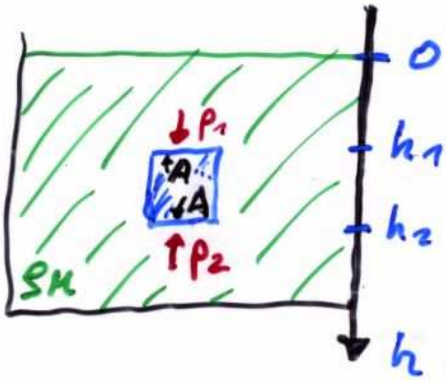
- Schwerkraft ruft Schweredruck hervor



$$F_G = mg = \rho V \cdot g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$$

$$\rightarrow \boxed{p = \frac{F_G}{A} = \rho \cdot h \cdot g}$$

- Auftrieb



$$p = p(h) = \rho_M \cdot h \cdot g$$

$\rightarrow$ Druckdifferenz (oben-unten)

$$\Delta p := p_2 - p_1 = p(h_2) - p(h_1)$$
$$= \rho_M \cdot h_2 \cdot g - \rho_M \cdot h_1 \cdot g$$

$$\boxed{\Delta p = \rho_M \cdot g \cdot (h_2 - h_1)}$$

Fläche A des Körpers: $F = \Delta p \cdot A = A \cdot \rho_M g \, (h_2 - h_1)$

$$= g \cdot \rho_M \cdot \underbrace{A \cdot (h_2 - h_1)}_{\text{Volumen des Körpers} \,\hat{=}\, \text{Volumen des verdrängten Mediums}}$$

$$\rightarrow \boxed{F_A = g \cdot \rho_M \cdot V_{\substack{\text{verdrängtes}\\ \text{Medium}}} = g \cdot M_{\substack{\text{verdrängt}\\ \text{Medium}}}}$$

Auftriebskraft

$\Rightarrow$
- Sinken $F_G > F_A = g \cdot \rho_M \cdot V_{\substack{\text{verdrängtes}\\ \text{Mediums}}}$
- Schwimmen $F_G < F_A$
- Schweben $F_G = F_A$

11.2 Kompressibilität (vgl. 10.3)

Volumenänderung unter allseitigem Druck

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{K} \cdot \Delta p = -\kappa \cdot \Delta p}$$

K: Kompressionsmodul, κ: Kompressibilität

NB: für Gase wie Luft: Schweredruck + Kompressibilität $\rightarrow \rho = \rho(h) \rightarrow$ barometr. Höhenformel $p(h) \sim \exp(-h$