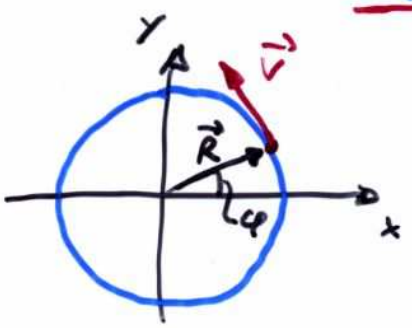
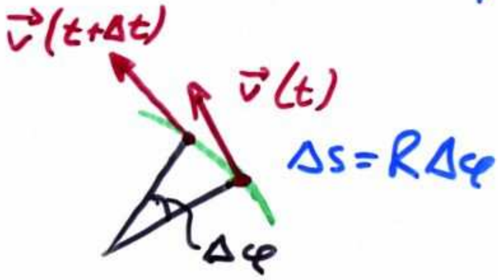
Kreisbewegungen



Winkel φ ; üblicherweise in radian (rad)
($360° \mathrel{\hat{=}} 2\pi$ rad, $1° \mathrel{\hat{=}} 0.01745$ rad)



- Winkelgeschwindigkeit ω

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta(R\varphi)}{\Delta t} \rightarrow \frac{d(R\varphi)}{dt} = \underbrace{\frac{dR}{dt}}_{=0}\cdot\varphi + R\cdot\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\rightarrow \quad v = R\cdot\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\boxed{\omega := \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{R}} = \dot{\varphi}$$

- Umlauffrequenz : $f := \frac{\omega}{2\pi}$ $\quad \left[\frac{1}{s}\right] \mathrel{\hat{=}} [Hz]$
- Umlaufzeit, Periode : $T := \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$
- Vektordarstellung der Winkelgeschwindigkeit

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$$

$\vec{v} \perp \vec{\omega}, \vec{R}$
$|\vec{v}| = |\vec{\omega}|\cdot|\vec{R}|\cdot\sin\sphericalangle(\vec{\omega}, \vec{R})$

$$\vec{\omega} = \frac{1}{R^2}(\vec{R} \times \vec{v})$$ folgt aus $\vec{R} \times \vec{v} = \vec{R} \times (\vec{\omega} \times \vec{R})$

"bac-cab"-Regel : $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}\,\underbrace{(\vec{a}\cdot\vec{c})} - \vec{c}\,(\vec{a}\vec{b})$

Skalarprodukt:
$\vec{a}\cdot\vec{c} = |\vec{a}|\cdot|\vec{c}|\cdot\cos\sphericalangle(\vec{a}, \vec{c})$

$\vec{\omega} \perp \vec{v}, \vec{R}$, d.h. senkrecht auf Ebene der Kreisbewegung

Richtung von $\vec{\omega}$: Rechte-Hand-Regel

- Kreisbewegungen mit konstantem $\vec{\omega}$ sind gleichförmig beschleunigt

$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| =: v$

$\Delta\vec{v} \uparrow\downarrow \vec{R}$ (antiparallel)

$$\boxed{\vec{a}_z = -\omega^2 \vec{R} = -\frac{v^2}{R^2} \cdot \vec{R}}$$

Zentripetal-beschleunigung

$$\vec{a}_{Gesamt} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(v \cdot \vec{e}_\varphi\right)$$

$$= \underbrace{\frac{dv}{dt} \cdot \vec{e}_\varphi}_{\rightarrow \text{Winkelbeschleunigung (hier } = 0)} + \underbrace{v \frac{d\vec{e}_\varphi}{dt}}_{=: \vec{a}_z}$$

$$|\vec{e}_\varphi| = \vec{e}_\varphi^{\,2} = 1 \longrightarrow 0 = \frac{d(\vec{e}_\varphi^{\,2})}{dt} = 2\vec{e}_\varphi \cdot \frac{d\vec{e}_\varphi}{dt} = 0$$

$$\rightarrow \vec{e}_\varphi \perp \frac{d\vec{e}_\varphi}{dt}$$

und $\frac{d\vec{e}_\varphi}{dt} \parallel \vec{e}_r$ (parallel)

$\vec{e}_\varphi$ rotiert mit $\omega \longrightarrow \frac{d\vec{e}_\varphi}{dt}$ rotiert mit ω

$$\hookrightarrow \frac{d\vec{e}_\varphi}{dt} = -\omega \vec{e}_r \longrightarrow \vec{a} = v \cdot \dot{\vec{e}}_\varphi = (\omega \cdot R) \cdot (-\omega \vec{e}_r) = -\omega^2 \cdot R\vec{e}_r = -\omega^2 \vec{R}$$

3 Newtonsche Mechanik

Dynamik: untersucht Gründe einer Bewegungsänderung

- Ursachen: Kräfte
  - Kräfte sind Vektoren
  - Superpositionsprinzip für Kräfte (Vektoraddition)

3.1 Newtonsche Axiome

- 1. Newtonsches Axiom: Trägheitsprinzip

  Maß für Begungszustand: $\boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v}}$ Impuls

  1. Newton. Axiom: $\vec{p} = const$

- 2. Newtonsches Axiom: Aktionsprinzip

$$\boxed{\vec{F} := \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \underbrace{m\dot{\vec{v}}}_{m \cdot \vec{a}} + \underbrace{\dot{m} \cdot \vec{v}}_{\text{Raketenantrieb}}$$

$$\xrightarrow{m = const} \quad \boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}}$$

- 3. Newtonsche Axiom: Reaktionsprinzip

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}} \quad \text{actio = reactio}$$