

□ NB: Zentralkräfte mit  $\vec{F} \sim \vec{R}$

$$\dot{\vec{L}} = \vec{R} \times \dot{\vec{p}} = \vec{R} \times \vec{F} \underset{\substack{\sim \\ \vec{F} \parallel \vec{R}}}{=} \vec{R} \times \vec{R} = 0$$

$$\rightarrow \boxed{\dot{\vec{L}} = 0}$$

ändern Drehimpuls nicht!

• Federkräfte:

Hookesches Gesetz:

$$\boxed{\vec{F}_r = -D \vec{x}}$$

D: Richtgröße  
Federkonstante  
[N/m]

→ Anwendung als Kraftmesser

• Reibungskräfte:

Haft-, Gleit-, Roll-, Luft-, ... - Reibung

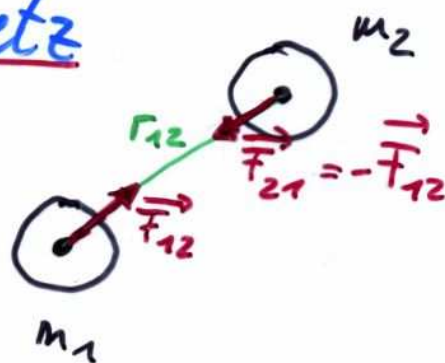
• Gravitationskraft

▶ Newtonsches Gravitationsgesetz

$$\boxed{F_G = G_N \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}}$$

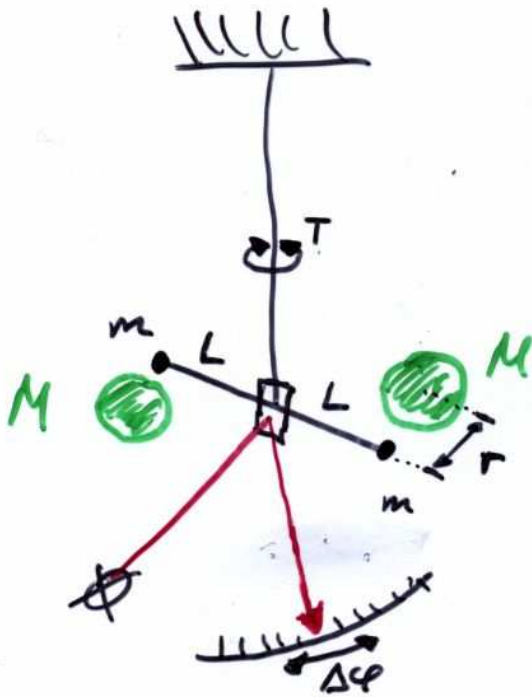
$$G_N = 6.6742 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

(CODATA)



# Bestimmung der Gravitationskonst. $G_N$

Torsionspendel: (Cavendish, Eötvös)



$$F_G = G_N \cdot \frac{mM}{r^2}$$

Drehmoment  $M_D$

$$M_D = 2L \cdot F_G = D^* \cdot \Delta\varphi/2$$

$D^*$ : Winkelrichtgröße

$$D^* = \frac{4\pi^2 \cdot m \left( L^2 + \frac{2}{5} R_m^2 \right)}{T^2}$$

$$G_N = \frac{D^* \cdot \Delta\varphi/2 \cdot r^2}{2L \cdot mM}$$

$$\approx \frac{\pi^2 L \cdot \Delta\varphi \cdot r^2}{T^2 \cdot M} \quad (R_m \ll L)$$

$L = 50 \text{ mm}$

$m = 38.3 \text{ g}$

$M = 1.5 \text{ kg}$

$R_m = 9.5 \text{ mm}$  (Radius der Kugeln  $m$ )

$T = 496 \text{ s}$  (Schwingungsdauer)

Messung:  $\Delta\varphi = \frac{8.34 \text{ mm}}{400 \text{ mm}} \approx 0.0209 \text{ rad} \rightarrow$

$G_N \approx 6.029 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2 \text{kg}}$

$r = 46.5 \text{ mm}$

$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} = \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} = \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2 \text{kg}}$

- ▶ Erde: Gravitationskraft ist ortsabhängige Zentralkraft

$$\vec{F}_G = -G_N \frac{m \cdot M_E}{r^2} \vec{e}_r$$

NB: Kann Masse als in einem Punkt konzentriert betrachten  
 → Punktmasse

### 3.3.1 Bewegungsgleichungen mit Kräften

- ortsunabhängige Kräfte:  $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$

2. Newtonsches Axiom →  $\vec{F} = \dot{\vec{p}} = m \dot{\vec{v}}$

→  $\vec{v}(t) = \frac{1}{m} \int \vec{F} dt + \vec{v}_0$

→  $\vec{r}(t) = \int \vec{v} dt + \vec{r}_0 = \dots$   
Kraftstoß

- ortsabhängige Kräfte:  $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$

z.B. Gravitationskraftfeld

▶ radiale Bewegung:  $\vec{a}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}_G(\vec{r})}{m} = -G_N \cdot \frac{M_E}{r^2} \vec{e}_r$

→  $a(r) = -G_N \frac{M_E}{r^2}$

z.B. Erdoberfläche:  $r = R_E = 6378.140 \text{ km}$

$a(r=R_E) = g = 9.80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

→  $M_E \approx 5.977 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

NB: Erdbeschleunigung für alle Körper gleich!