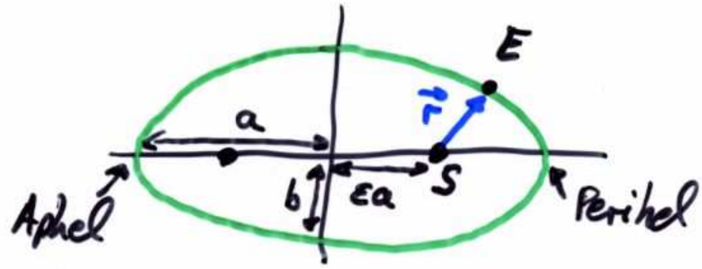
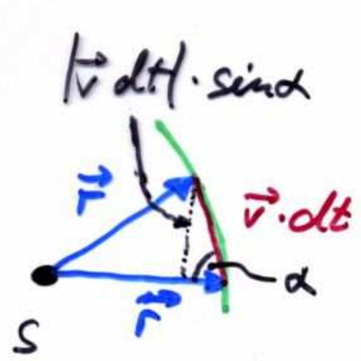
- geschlossene Bahnkurven
  → Planetenbahnen: Kepler Gesetze

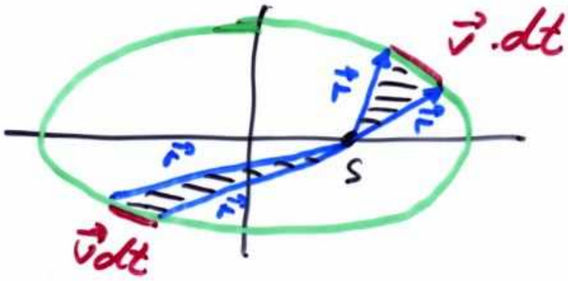
1. Planeten bewegen sich auf Ellipsen
   Sonne in einem Brennpunkt der Ellipse



a: große Halbachse
b: kleine Halbachse
ε: Exzentrizität
(ε = 0 : Kreis)

2. Radiusvektor (Fahrstrahl) Sonne → Planet
   überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen





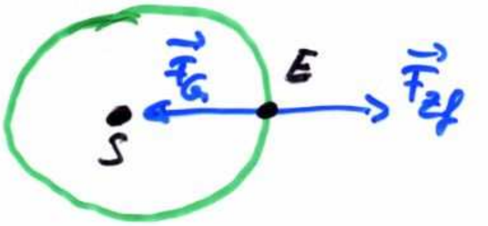
Dreiecksfläche: $dA = \frac{1}{2} |\vec{r}| \cdot |\vec{v}\,dt| \cdot \sin\alpha$

$$= \frac{1}{2} |\vec{r} \times \vec{v}|\, dt$$

$$\rightarrow \quad \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} |\vec{r} \times \vec{v}| = \frac{1}{2m} |\vec{r} \times \vec{p}| = \frac{|\vec{L}|}{2m} = \text{const}$$

→ <u>Drehimpulserhaltung</u> $|\vec{L}| = \text{const}$

3. Quadrate der Umlaufzeiten T $\Longleftrightarrow$ dritte Potenz der großen Halbachsen



$$F_G = G_N \frac{M_E \cdot M_S}{r^2} \stackrel{!}{=} M_E \cdot \omega^2 \cdot r = F_{Zf}$$

$$\rightarrow \quad \frac{G_N \cdot M_S}{r^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$$

$$\rightarrow \quad \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G_N M_S} = \text{const.}$$

NB:

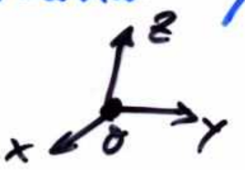
$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2 \cdot (M_S + m_1)}{T_2^2 \, (M_S + m_2)} \approx \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

für Planeten 1,2 mit Berücksichtigung der Sonnenmasse M_S

- offenen Bahnkurven:
  Hyperbelbahnen (, Parabelbahnen)

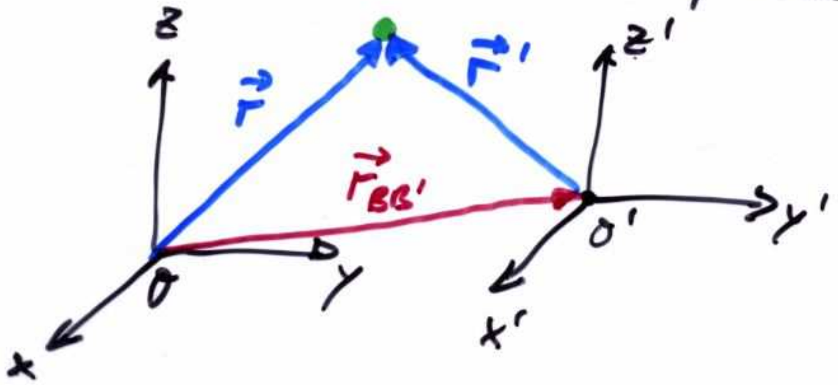
4 Beschleunigte Bezugssysteme

Bezugssystem: Koordinatensystem mit Ursprung O



Zwei Beobachter B, B' $\underset{\text{Transformation}}{\longleftrightarrow}$ Zwei Bezugssysteme

z.B.



$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{r}_{BB'}$$

$$\vec{v}\,' = \dot{\vec{r}}\,' = \dot{\vec{r}} - \dot{\vec{r}}_{BB'} = \vec{v} - \vec{v}_{BB'}$$

$$\vec{a}\,' = \dot{\vec{v}}\,' = \ddot{\vec{r}}\,' = \ddot{\vec{r}} - \ddot{\vec{r}}_{BB'}$$

- gleichförmig bewegtes Bezugssystem B':

$$\ddot{\vec{r}}_{BB'} = 0 \quad , \quad \dot{\vec{r}}_{BB'} \neq 0$$

→ Relativgeschwindigkeit $\vec{u}$ zwischen B und B':

$$\vec{u} := \dot{\vec{r}}_{BB'}$$

→ Inertialsysteme

→ Galilei-Transformation zwischen Inertialsystemen

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{u}\cdot t$$
$$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{u}$$
$$\vec{a} = \vec{a}\,' \longrightarrow \vec{F} = \vec{F}\,'$$
$$t = t'$$

NB: Nur gültig, falls $|\vec{u}| \ll c$

4.1 geradlinig beschleunigte Bezugssysteme

geradlinig beschleunigt: $\dot{\vec{u}} = \vec{a}_{BB'} = \text{const} \neq 0$

$$\rightarrow \quad \vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{BB'} \quad \rightarrow \quad \vec{F} \neq \vec{F}'$$

$$\int dt \rightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}' + \vec{a}_{BB'} \cdot t + \underbrace{\vec{u}_0}_{\text{Relativgeschwindigkeit zw. B und B' bei } t=0}$$

$$\int dt \rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \frac{1}{2}\vec{a}_{BB'} \cdot t^2 + \vec{u}_0 \cdot t + \underbrace{\vec{r}_0}_{\text{relativer Ort zw. B, B' bei } t=0}$$

NB: B' ist kein Inertialsystem, da beschleunigt

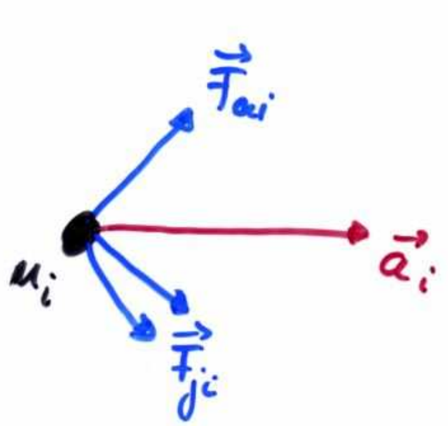
Unterschied zwischen $\vec{F}$ und $\vec{F}'$ sind Trägheitskräfte/Scheinkräfte

4.1.1 Prinzip von d'Alembert

• ruhender Beobachter

$$m_i\vec{a}_i = \underbrace{\vec{F}_{ai}}_{\text{äußere}} + \underbrace{\sum_j \vec{F}_{ji}}_{\text{innere}}$$

Kräfte

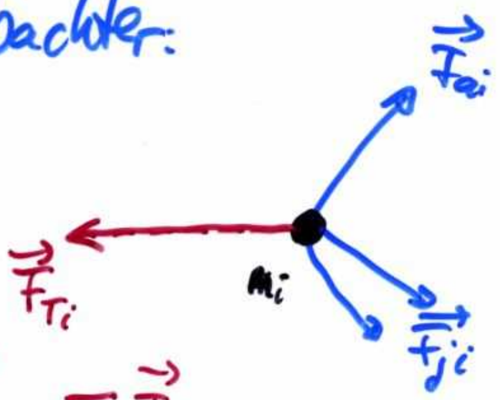


→ Bewegungsgleichung durch Dynamik des Systems geben

▶ Prinzip von d'Alembert

dynamisches System m_i und $\vec{a}_i$ $\xrightarrow[\vec{F}_{T_i} := -m_i \vec{a}_i]{\text{Trägheitskräfte}}$ statisches System

- mitbewegter Beobachter:



$$m_i \vec{a}_i = -\vec{F}_{T_i} = \vec{F}_{ai} + \sum_j \vec{F}_{ji}$$

$$\rightarrow \boxed{\vec{F}_{T_i} + \vec{F}_{ai} + \sum_j \vec{F}_{ji} = 0}$$