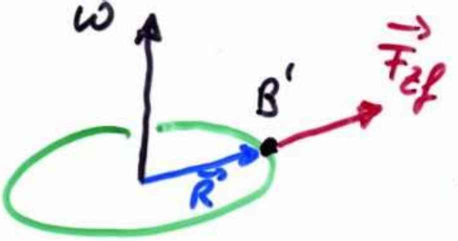
4.2 rotierende Bezugssysteme

- **Zentrifugalkraft** ist Trägheitskraft



$$\vec F_{zf} = m\,\vec\omega \times (\vec\omega \times \vec R) = m\omega^2 \vec R$$

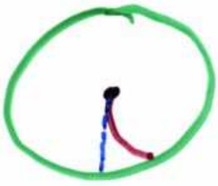
keine äußeren Kräfte:

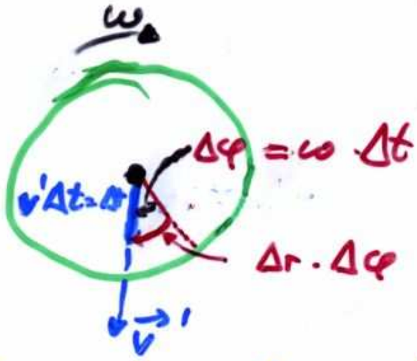
ruhender Beobachter B: $\vec F_{ges} = 0$ $\quad (\vec F_{zp} = -\vec F_{zf} \to \vec F_{zp} + \vec F_{zf} = 0)$

rotierender Beobachter B': $\vec F'_{ges} = 0 + m\vec\omega \times (\vec\omega \times \vec R) = \vec F_{zf}$

weil B' mit $a_{zp} = \frac{F_{zp}}{m}$ beschleunigt

- **Corioliskraft**





- Massenpunkt bewegt sich mit $\vec v'$ in der Zeit Δt um
  $$\Delta r = v' \cdot \Delta t$$
- Beobachter B': rotiert in Δt um
  $$\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$$
  Massenpunkt bleibt um
  $$\Delta r \cdot \Delta\varphi = (v' \Delta t) \cdot (\omega \cdot \Delta t) = v' \omega \cdot (\Delta t)^2$$

→ für B' hat Massenpunkt eine Beschleunigung a_c erfahren:

$$\frac{1}{2} a_c \cdot (\Delta t)^2 \stackrel{!}{=} \Delta r \cdot \Delta\varphi = v' \cdot \omega \cdot (\Delta t)^2$$

$$\rightarrow \boxed{a_c = 2 v' \cdot \omega}$$ Coriolis-beschleunigung

mit $\vec{a}_c \perp \vec{v}'$, $\vec{a}_c \perp \vec{\omega}$

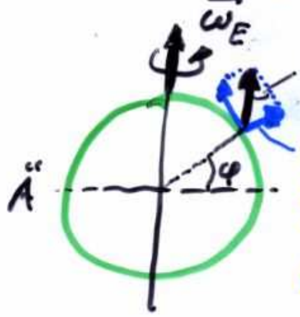
$$\rightarrow \vec{a}_c = 2\, \vec{v}' \times \vec{\omega}$$

$$\boxed{\vec{F}_c = 2 \cdot m\, \vec{v}' \times \vec{\omega}}$$ Coriolis-kraft

- Zentrifugal- und Corioliskraft sind Scheinkräfte bzw. Trägheitskräfte!

- Beispiel für rotierende Bezugssysteme
  - Erdrotation

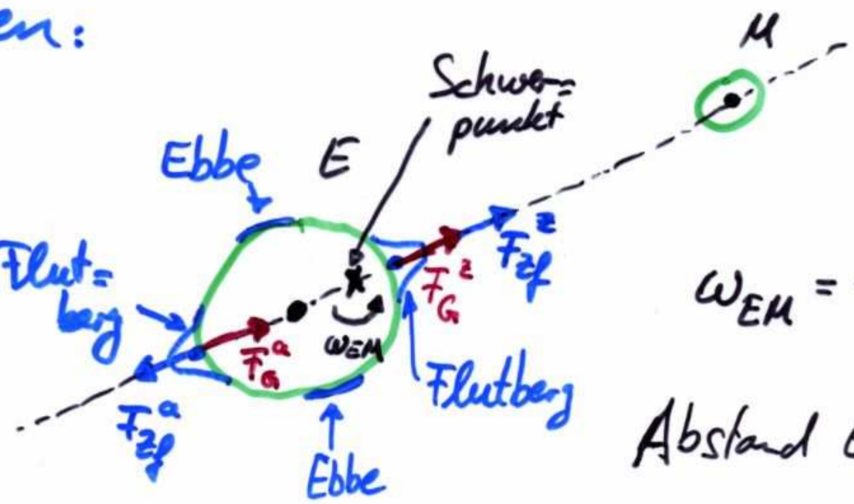
Nachgewiesen 1850 durch Foucaultsches Pendel



$\vec{\omega}_S$ dreht Schwingungsebene:

$$\omega_S = \omega_E \cdot \sin\varphi$$

- Gezeiten:



$$\omega_{EM} = \frac{2\pi}{27.32\,d} = 2.66\cdot10^{-6}\frac{1}{s}$$

Abstand Erde-Mond:

$r_{EM} = 380000\ km$

$R_E = 6378\ km$

$r_S = \frac{M_M}{M_E+M_M}\cdot r_{EM} \approx \frac{3}{4}R_E$

$M_M \approx \frac{1}{81} M_E$

$$F_G^{z} = G_N\frac{m\cdot M_M}{(r_{EM}-R_E)^2} \approx m\cdot 3.53\cdot10^{-5}\frac{N}{kg}$$

$$F_{zf}^{z} = m\cdot\omega_{EM}^2\cdot(R_E-r_S) \approx m\cdot 1.22\cdot10^{-5}\frac{N}{kg}$$

$$F_G^{a} = G_N\frac{m\cdot M_M}{(r_{EM}+R_E)^2} \approx m\cdot 3.30\cdot10^{-5}\frac{N}{kg}$$

$$F_{zf}^{a} = m\cdot\omega_{EM}^2\cdot(R_E+r_S) = m\cdot 7.76\cdot10^{-5}\frac{N}{kg}$$

Mondzugewandte Seite:

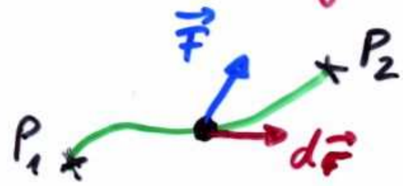
$$F_G^{z} + F_{zf}^{z} \approx m\cdot 4.75\cdot10^{-5}\frac{N}{kg}$$

Mondabgewandte Seite

$$F_{zf}^{a} - F_G^{a} \approx m\cdot 4.46\cdot10^{-5}\frac{N}{kg}$$

- Tief-/Hochdruckgebieten

5 Energie, Arbeit, Leistung



- Arbeit $\boxed{W := \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}} = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y\,dy + \int_{z_1}^{z_2} F_z\,dz$

Einheit der Arbeit: Joule, J, $1\,J \mathrel{\hat=} 1\,Nm \mathrel{\hat=} 1\,\frac{kg\,m^2}{s^2}$

NB: Wenn $\vec{F} \perp d\vec{r}$, dann $W = 0$!

Beispiel: Kreisbewegung $\vec{F}_{Zp} \perp$ Kreislinie

- Leistung $\boxed{P := \frac{dW}{dt}}$ "Arbeit pro Zeit"

Einheit der Leistung: Watt, W, $1\,W \mathrel{\hat=} 1\,\frac{J}{s} \mathrel{\hat=} 1\,\frac{kg\,m^2}{s^3}$

▶ $P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}\int \vec{F}\,d\vec{r} = \frac{d}{dt}\int \vec{F}\cdot\vec{v}\,dt = \vec{F}\cdot\vec{v}$

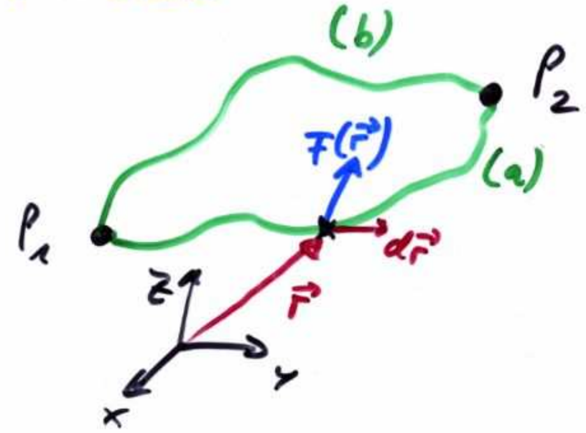
$d\vec{r} = \vec{v}\cdot dt$

▶ Leistung bei Drehbewegung

$$P = \vec{F}\cdot\vec{v} = \vec{F}\cdot(\vec{\omega}\times\vec{r}) = \vec{\omega}\cdot\underbrace{(\vec{r}\times\vec{F})} = \vec{r}(\vec{F}\times\vec{\omega})$$

$$= \vec{\omega}\cdot\vec{M}$$

- Arbeit und konservative Kraftfelder



$$W = \int \vec{F} d\vec{r}$$

Betrachte geschlossenen Weg: $P_1 \xrightarrow{(a)} P_2 \xrightarrow{(b)} P_1$

$$W_a + W_b = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} d\vec{r}_a + \int_{P_2}^{P_1} \vec{F} d\vec{r}_b = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} d\vec{r}_a - \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} d\vec{r}_b$$

$$\Longrightarrow W_a + W_b = \boxed{\oint \vec{F} d\vec{r} \overset{!}{=} 0}$$

für konservative Kraftfelder

- Beispiel für konservative Kraftfelder

  Zentralkraftfelder $\oint \vec{F} d\vec{r} = 0$

- Gegenteil: dissipative Kraftfelder