

**Aufgabe 1:**

**(10 Punkte)**

Eine Silvesterrakete nutzt Schwarzpulver als Treibstoff, um einen Böller hochzuschießen. Die typische Brenndauer beträgt rund  $T = 3$  s. Dabei hat die Abbrandgeschwindigkeit von Schwarzpulver, die im folgenden als Ausströmgeschwindigkeit  $v_r$  benutzt werden soll, einen Wert von 400 m/s. Zur Vereinfachung sei angenommen, dass der Abbrand des Schwarzpulvers gleichmäßig erfolgt, d.h.  $q := \frac{dm}{dt} = \text{const.}$  und dass die Rakete exakt senkrecht nach oben steigt.  
( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- Geben Sie allgemein die Masse  $m(t)$  der Rakete in Abhängigkeit der Zeit  $t$  während der Brennphase an.
- Berechnen Sie nun mit  $m(t)$  die Geschwindigkeit  $v(t)$  der Rakete und deren Beschleunigung  $a(t)$ .
- Ermitteln Sie mit  $v(t)$  die Flughöhe  $y(t)$  der Rakete für den Startwert  $y(t=0) = 0$  für Zeiten  $0 \leq t \leq T$ .  
(Hinweis:  $\int \ln(x) dx = x \ln x - x$ )
- In welcher Höhe  $h$  endet das Brennen der Rakete, wenn eine Schwarzpulvermasse von  $m_S = 18$  g verwendet wird und der Böller eine Masse von  $m_B = 132$  g aufweist? Welche Geschwindigkeit hat die Rakete am Ende der Brennzeit erreicht? Wie groß ist die Beschleunigung am Anfang ( $t = 0$ ) und am Ende der Brennphase ( $t = T$ )?

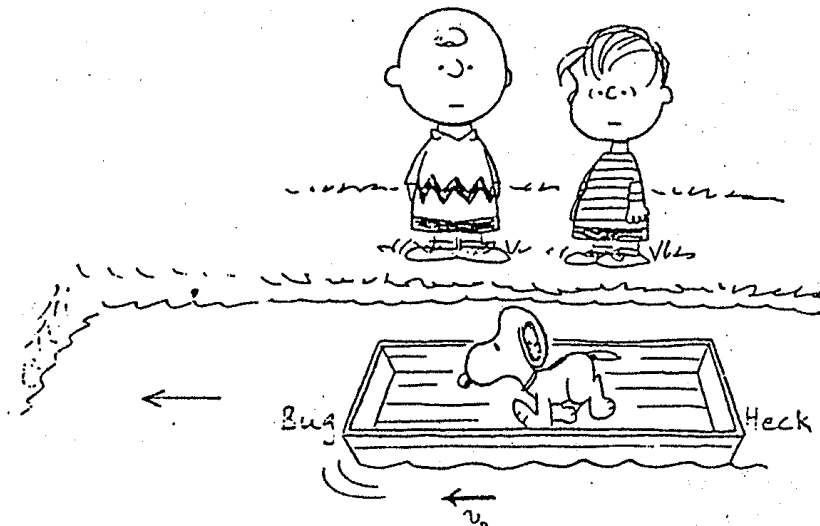
**Aufgabe 2:**

**(4 Punkte)**

- Berechnen Sie die Höhe, in welcher sich geostationäre, d.h. relativ zur Erde ruhende, Satelliten über dem Äquator befinden. Könnte man einen solchen Satelliten z.B. auch über der Stadt München geostationär positionieren?  
(Daten: Erdradius  $R_E = 6378$  km, Erdmasse  $M_E = 5.98 \cdot 10^{24}$  kg.)
- Berechnen Sie mit Kenntnis der geostationären Bahn den Abstand des Mondes von der Erde unter der Annahme, die Mondumlaufbahn sei ein Kreis (1 Monat = 27.32 Tage).

**Aufgabe 3:**

**(6 Punkte)**



Ein 5 kg schwerer Hund steht am Heck eines 3 m langen, flachen Bootes von 20 kg Gewicht, welches in einem Teich mit  $v_0 = 0.2$  m/s dem Ufer entgegentreibt (im Bild links). Im Zeitpunkt, in welchem der Hund 6 m Abstand vom Ufer hat, durchläuft er das ganze Boot bis zum Bug (d.h. in Richtung Ufer) und benötigt dafür 5 s Zeit.

Hinweis: Die Reibung zwischen Boot und Wasser soll vernachlässigt werden.

- Betrachten Sie zunächst die Situation, bevor der Hund losgelaufen ist. Wie groß sind die Impulse von Gesamtsystem, Hund und Boot?
- Was ändert sich am Gesamtsystem aus Boot und Hund, wenn der Hund im Boot läuft? Welche Relation besteht zwischen den Impulsen von Hund und Boot? Leiten Sie diese Relation her!
- Welche Geschwindigkeit hat der Hund beim Laufen im Boot vom Ufer aus gesehen? Und wie weit ist der Hund vom Ufer entfernt, wenn er am Bug angekommen ist? Führen Sie dazu die Relativgeschwindigkeit zwischen Hund und Boot ein.