

Aufgabe 1:

(6 Punkte)

Von der Spitze des Eiffelturms (Höhe 300 m) in Paris ($\approx 49^\circ$ nördlicher Breite) fällt bei Windstille eine Niete ungehindert zu Boden. Um herauszufinden, wo die Niete relativ zur Lotlinie des Startortes aufschlägt, lösen Sie die folgenden Teilaufgaben.

- Geben Sie explizite Darstellungen für die Geschwindigkeits-, Winkelgeschwindigkeits- und Beschleunigungsvektoren an! Zur Vereinfachung sei bei der Geschwindigkeit (zunächst) nur die vertikale Komponente von Null verschieden!
Stellen Sie mit diesen Vektoren das Kräftegleichgewicht auf (Prinzip von d'Alembert) und vernachlässigen Sie dabei die Zentrifugalkraft!
- Lösen Sie die sich ergebende Bewegungsgleichung für \vec{r} durch zweifache Integration aller Komponenten für geeignete, vereinfachte Randbedingungen. Geben Sie erst die allgemeine Formel für die Abweichung des Aufschlagortes von der Lotlinie an, bevor Sie die Abweichung für den konkret angegebenen Fall berechnen.
- Was geschähe, wenn man den gleichen Vorgang am Nordpol bzw. am Äquator beobachten könnte?

Aufgabe 2:

(8 Punkte)

Eine elektrische Lokomotive mit einer installierten Leistung von 4.5 MW (DB-Baureihe 150) beschleunigt einen Güterzug auf gerader, ebener Strecke von 18 km/h auf 90 km/h und braucht dazu bei Einsatz der vollen Leistung 3 Minuten.

- Vernachlässigen Sie die Reibung und berechnen Sie die Masse des Zuges.
- Geben Sie die Geschwindigkeit der Zuges $v(t)$ und die beschleunigende Kraft $F(t)$ als Funktion der Zeit.
- Berechnen Sie die Weg-Zeit-Funktion des Zuges. Wie weit fährt der Zug in diesen drei Minuten?
- Kann die Lok diesen Zug auch bei 2% Steigung, d.h. 2 m Höhengewinn auf 100 m Fahrstrecke, noch auf 90 km/h halten? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

(Hinweis: Falls Sie bei der Lösung auf Differentialgleichungen stoßen, lösen Sie diese per Integrationen nach Trennung der Veränderlichen.)

Aufgabe 3:

(6 Punkte)

Stellen Sie sich vor, es sei möglich, geradlinig vom Nordpol zum Südpol ein Loch durch die Erde zu bohren. Vom Nordpol aus lasse man eine Kugel der Masse $m = 1 \text{ kg}$ in das Loch fallen. (Die Erde sei eine homogene Kugel der Masse $M_E = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ mit dem Radius $R_E = 6378 \text{ km}$.)

- Welche Kraft wirkt auf die Kugel als Funktion des Abstandes r vom Erdmittelpunkt?
- Welche potentielle Energie besitzt das System Erde-Kugel (Funktion von r), wenn bei unendlichem Abstand das Potential Null sein soll?
- Wie groß ist bei Startgeschwindigkeit Null die Geschwindigkeit der Kugel am Erdmittelpunkt?

(Hinweis: Eine Teilkugel der Erde mit Radius $r < R_E$ hat eine Masse von $M(r) = M_E \cdot \left(\frac{r}{R_E}\right)^3$.)