

Aufgabe 1:

(4 Punkte)

In der Vorlesung wurde das Federpendel als Pendel mit horizontal angeordneter Feder beschrieben. Betrachten Sie nun eine vertikal angeordnete Feder mit vertikalen Schwingungen des Gewichts m . Leiten Sie dafür die Schwingungs-Differentialgleichung (DGL) im Fall ohne Dämpfung her und geben Sie die allgemeine (reelle) Lösung dieser Schwingungs-DGL an!

(Tipp: Absorbieren Sie die Auslenkung aufgrund von g geeignet in der Ortsgoordinate x)

Aufgabe 2:

(8 Punkte)

Eine charakteristische Größe bei gedämpften Schwingungen ist die sogenannte Güte $Q = \omega_0/2\gamma$, wobei ω_0 die Eigenfrequenz des ungedämpften Schwingung und γ die Dämpfung ist ($\exp(-\gamma t)$).

- Geben Sie die aus der Vorlesung bekannten Amplitude und Phase erzwungener Schwingungen unter Verwendung der Güte an!
- Leiten Sie die Beziehung zwischen der Güte und der vollen Breite der Resonanzkurve $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ in der Höhe von $A_2(\omega_{1,2}) = A_{\max}/\sqrt{2}$ der maximalen Amplitude A_{\max} her: $\Delta\omega/\omega_{\max} \approx \Delta\omega/\omega_0 \approx 1/Q$ für $Q \gg 1$.
(Anleitung: Rechnen Sie $\omega_{1,2}$ exakt aus; Betrachten Sie $\omega_1^2 - \omega_2^2 \approx 2\omega_{\max}\Delta\omega$ in der Näherung großer Q .)
- Berechnen Sie das Verhältnis der Amplituden A_{\max} und $A_0 = A(\omega \rightarrow 0)$ in der Näherung großer Q .
- Man kann die Güte Q für $\omega \approx \omega_0$ grob als Zahl der gedämpften Schwingungen bis zum Abklingen der Schwingung betrachten. Rechtfertigen Sie diese Interpretation! Betrachten dazu die Amplitude der gedämpften Schwingung nach Q vollständigen Perioden!

Aufgabe 3:

(8 Punkte)

Bei einem Fahrversuch des TGV auf den Gleisen der Schweizer-Bundes-Bahnen (SBB) ergab sich aus der exakt äquidistanten Aufstellung der Oberleitungsmasten mit $s = 100$ m Abstand eine Begrenzung der möglichen Höchstgeschwindigkeit des TGV. Grund war die Ablösung der Stromabnehmer vom Fahrdrabt bei einer bestimmten Geschwindigkeit, weil der Fahrdrabt zwischen den Masten ca. $d = 2$ mm durchhängt und dadurch Stromabnehmer zu resonanten Schwingungen anregte. Für die folgenden Überlegungen sei ein Stromabnehmer von $m = 20$ kg Masse angenommen, der durch eine Feder (Federkonstante D) gegen den Fahrdrabt gedrückt wird. Auch werde vereinfachend angenommen, dass der Fahrdrabt starr ist, d.h. dem Andruck durch den Stromabnehmer nicht nachgibt.

- Geben Sie Bedingungen für Federkonstante und Dämpfung an, damit der Stromabnehmer sich nicht vom Fahrdrabt, für den zur Vereinfachung ein cos-förmiger Verlauf zwischen den Masten angenommen sei, löst.
- Bestimmen Sie die Höchstgeschwindigkeit v_R für eine Federkonstante $D = 2$ kN/m, wobei der Stromabnehmer höchstens den doppelten Drahtdurchhang als Schwingungsamplitude aufweisen darf.

(Hinweis: Betrachten Sie den Vorgang als erzwungene Schwingungen.)